

Copyright © 2021 by Academic Publishing House Researcher s.r.o.



Published in the Slovak Republic  
 Russian Journal of Astrophysical Research. Series A  
 Has been issued since 2015.  
 E-ISSN: 2413-7499  
 2021. 7(1): 13-19

DOI: 10.13187/rjar.2021.1.13  
[www.ejournal28.com](http://www.ejournal28.com)



## Determination of the Spatial Coordinates of the Planet Using One Camera

Gospodinov Slaveyko Gospodinov <sup>a,\*</sup>

<sup>a</sup>University of Architecture, Civil Engineering and Geodesy, Sofia, Bulgaria

### Abstract

The article proposes a method for determining the coordinates of points on the planet's surface using a single camera. The technique consists of two parts. The first part describes the process of shooting a rotating body in terrestrial conditions from a stationary camera. The principle of relativity of motion allows you to model this situation as a situation of moving the camera with a stationary object. This idea is used when photographing the surface of a planet from a space carrier or spacecraft. For this case, the rotation of the planet and the movement of the spacecraft can be reduced to one relative motion of the spacecraft. The solution of the problem uses the formulas of connection between the coordinates of the image and the points of the terrain, which are used in aerial photography. The specificity of satellite imagery makes it possible to simplify photogrammetric dependencies and obtain new formulas for linking the coordinates of the image and the terrain. Finding the angle of the camera from the second point becomes a problem. This problem is solved by the ballistic method. It is proposed to measure the coordinates of the auxiliary point approximately in the middle of the trajectory section between the survey points using inertial devices. Three points make it possible to determine the motion curve of the spacecraft and determine the derivatives at the survey points. The angle of tilt of the camera at the second point of the survey is determined by the difference in the angles of the derivatives at the points of the photograph or the difference in the angles of the normal at these points. The methodology and calculation formulas allow calculating the coordinates of a point on the planet's surface in a conventional coordinate system associated with the orbit of the spacecraft.

**Keywords:** space exploration, space geoinformatics, photogrammetry, survey of the planet's surface, trajectory of a space carrier, serif, rotating body, special shooting conditions.

### 1. Введение

В фотограмметрии определения пространственных координат объектов по их изображениям применяют две или более камер для получения стереоэффекта. При наличии стереоэффекта решают прямую пространственную засечку. Доказано (Цветков, 1978; Цветков, 2016), что для определения координат и кинематических характеристик вращающегося объекта можно использовать одну неподвижную фотокамеру. Такая ситуация включает тело, вращающееся относительно фиксированной оси и фотокамеру, стоящую неподвижно в одной точке. Такая ситуация возможна в космических исследованиях, когда в невесомости вращается некое тело, например внеземного происхождения, а с борта космического аппарата надо определить его размеры и скорость вращения. Если тело вращается, то можно фотографировать его с одной точки и

\* Corresponding author

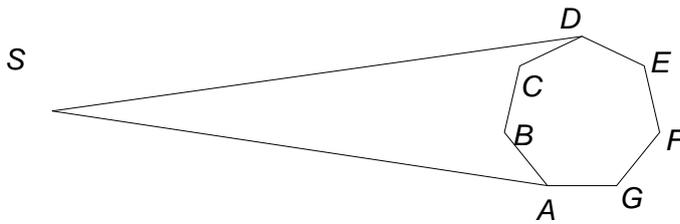
E-mail addresses: [sgospodinov@mail.bg](mailto:sgospodinov@mail.bg) (G.S. Gospodinov)

использовать принцип относительности. Можно считать, что объект неподвижный, а камера вращается вокруг объекта. Математически несложно строить такие стереопары снимков и решать прямую фотограмметрическую засечку (Краснопевцев, 2008). При этом дополнительным условием является идентификация на объекте одних и тех же точек. Именно их фотографируют в процессе вращения объекта. Перед камерой стоит обтюратор, который периодически открывает изображение, чем создает временную зависимость фотографирования. Технология включает периодическую съемку вращающегося объекта на одну неподвижную камеру. На ней получаются разные снимки по мере поворота объекта. Если фотокамера топографическая, то в этом случае используют обычную методику обработки снимков. Возможен случай съемки на не метрическую камеру. В этом случае снимки можно обрабатывать по специальной методике (Цветков, 1979) которая позволяет обрабатывать снимки с анаморфотными связками и двумя фокусными расстояниями для каждой из осей.

## 2. Результаты

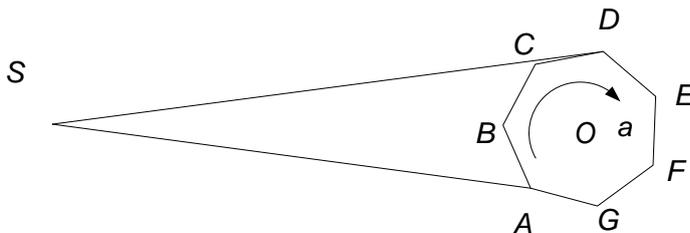
### Метод съемки вращающегося тела одной камерой

В практике космических и наземных исследований возникают ситуации относительного вращения камеры и объекта. На [Рисунке 1](#) приведена ситуация съемки объекта с точки  $S$ . В качестве объекта выбран семиугольник как ассиметричная фигура с вершинами, обозначенными от  $A$  до  $G$ . Видимыми вершинами являются вершины от  $A$  до  $D$ .



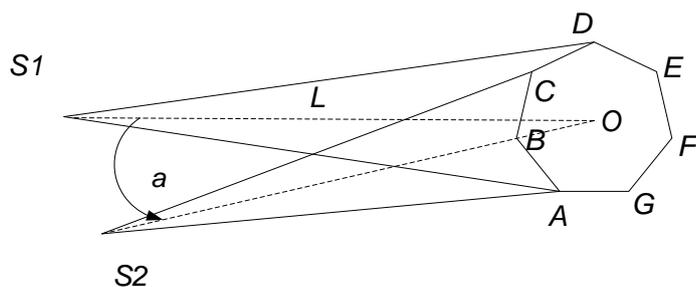
**Рис.1.** Первая ситуация фотосъемки

На [Рисунке 2](#) приведена вторая ситуация съемки объекта с точки  $S$ . В этом случае объекта повернулся вокруг оси  $O$  на угол  $\alpha$ . Видимыми вершинами являются вершины от  $A$  до  $C$ .



**Рис. 2.** Вторая ситуация фотосъемки

Используя принцип относительности движения, можно предположит, что вторая ситуация эквивалентна случаю поворота точки наблюдения на такой же угол, но при неподвижном объекте. Эта ситуация приведена на [Рисунке 3](#).



**Рис. 3.** Эквивалентная ситуация

Для **Рисунка 3** введены точки наблюдения S1, S2. Базис В между точками S1, S2 определяется на основе тривиального геометрического построения

$$B = 2 L \operatorname{tg}(a/2) \quad (1)$$

В выражении (1)  $a$  – угол поворота,  $L$  – расстояние от оси вращения до точки наблюдения. По снимкам, полученным из точек наблюдения S1, S2 можно определить координаты точек A, B, C. Для такой съемки имеет место  $B = B_x = S1, S2; B_y = B_z = 0$ . Для практического использования в космических условиях величина  $L$  является неизвестной. Поэтому необходимо предлагать методику, исключающую измерение величины  $L$ .

**Определение координат точек планеты**

Можно перенести метод съемки вращающегося тела на съемку поверхности планеты с фотокамеры, установленной на борту космического аппарата (КА). Планета может вращаться вокруг своей оси, а космический аппарат двигаться по орбите относительно планеты. Учитываем относительное движение. Математические зависимости связи координат снимка и координат точек планеты рассматриваем как при аэрофотосъемке. Ось Z соответствует вертикали по отношению к точке фотографирования первого снимка и определяет высоты КА по отношению к поверхности планеты. Ось X совпадает с направлением движения КА между точками фотографирования. Камера не меняет своего положения внутри КА, следовательно углы  $\omega = 0, \chi = 0$ . Другими, словами, при съемке поверхности планеты с орбиты КА положение камеры изменяется только на один угол в плоскости орбиты.

Используем известную связь между координатами снимка ( $x, y$ ) и координатами местности ( $X, Y, Z$ ). Ось Z соответствует вертикали как при аэрофотосъемке. Используем известные в фотограмметрии зависимости (**Краснопевцев, 2008**).

$$X = X_s + (Z - Z_s) cX / cZ \quad (2)$$

$$Y = Y_s + (Z - Z_s) cY / cZ \quad (3)$$

В выражениях (2), (3)  $X_s, Y_s, Z_s$  – координаты точки фотографирования во внешней системе координат «Планета КА». В выражениях (2), (3)  $cX, cY, cZ$  – линейные функции вида скалярного произведения

$$cX = c_{11}(x - x_0) + c_{12}(y - y_0) - c_{13}f \quad (4)$$

$$cY = c_{21}(x - x_0) + c_{22}(y - y_0) - c_{23}f \quad (5)$$

$$cZ = c_{31}(x - x_0) + c_{32}(y - y_0) - c_{33}f \quad (6)$$

В выражениях (4-6)  $x_0, y_0$  – координаты главной точки снимка, величина  $f$  – фокусное расстояние снимка, в первом случае направленное по оси.

Следует отметить интересную особенность, которая шокирует некоторых математиков. В аналитической геометрии существует понятие направляющие косинусы, которые являются функциями косинусов и только их. Они задают направление вектора в пространстве по отношению к трем осям координат.

В фотограмметрии, в альтернативу существующему в математике определению,

направляющими косинусами называют другие функции, включающие комбинацию косинусов и синусов. Это величины  $c_{ij}$ , которые входят в выражения (4-6). Они имеют следующие значения.

$$\begin{aligned} c11 &= \cos \alpha \cos \chi \\ c12 &= -\cos \alpha \sin \chi \\ c13 &= \sin \alpha \\ c21 &= \cos \omega \sin \chi + \sin \omega \sin \alpha \cos \chi \\ c22 &= \cos \omega \cos \chi - \sin \omega \sin \alpha \sin \chi \\ c23 &= -\sin \omega \cos \alpha \\ c31 &= \sin \omega \sin \chi - \cos \omega \sin \alpha \cos \chi \\ c32 &= \sin \omega \cos \chi + \cos \omega \sin \alpha \sin \chi \\ c33 &= \cos \omega \cos \alpha \end{aligned}$$

Для случая съемки при повороте камеры или объекта, или при съемке с траектории КА  $\omega = 0$ ,  $\chi = 0$  что дает значения

$$\begin{aligned} c11 &= \cos \alpha; c12 = 0; c13 = \sin \alpha \\ c21 &= 0; c22 = 1; c23 = 0 \\ c31 &= 0; c32 = 0; c33 = 1 \end{aligned}$$

Такое упрощение преобразует формулы (2) (3). Введем понятие первый и второй снимок и будем обозначать цифрами соответствующие снимки. Будем считать, что внешняя система координат совпадает по направлению вертикали с главной оптической осью первого снимка. То есть для первого снимка ось  $Z$  и  $f$ -соостны. В этом случае съемки все углы равны 0. Это преобразует выражения (2), (3) в простой вид

$$X = Xs1 + (Z - Zs1) (x - x0) / (-f) \quad (7)$$

$$Y = Ys1 + (Z - Zs1) [y - y0] / (-f) \quad (8)$$

Полагаем для первого снимка  $x1 = x - x0$ ,  $y1 = y - y0$ . Разрешая относительно неизвестны координат точки поверхности планеты, получаем

$$Z x1 + f X = f Xs1 + Zs1 x1 \quad (9)$$

$$Z y1 + f Y = f Ys1 + Zs1 y1 \quad (10)$$

В выражениях (9), (10)  $Xs1$ ,  $Ys1$ ,  $Zs1$  – координаты точки фотографирования первого снимка. Чаще всего их берут как нулевые. Величины  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  – координаты точки на поверхности планеты, которые имеют изображения на первом снимке как  $x1$ ,  $y1$ . Выражения (9), (10) дают два уравнения относительно трех неизвестных  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ . Для определения этих неизвестных необходим второй снимок, который дает еще два уравнения. Внешняя система координат является условной и связан с первой точкой фотографирования с орбиты КА.

При фотографировании из второй точки появится угол  $\alpha$ , обусловленный наклоном орбиты. Значения фотограмметрических направляющих косинусов в этом случае

$$\begin{aligned} c11 &= \cos \alpha; c12 = 0; c13 = \sin \alpha \\ c21 &= 0; c22 = 1; c23 = 0 \\ c31 &= 0; c32 = 0; c33 = 1 \end{aligned}$$

При подстановке этих значений в выражения (2), (3) получаем

$$X = Xs2 + (Z - Zs2) [\cos \alpha (x - x0) - \sin \alpha f] / (-f) \quad (11)$$

$$Y = Ys2 + (Z - Zs2) [y - y0] / (-f) \quad (12)$$

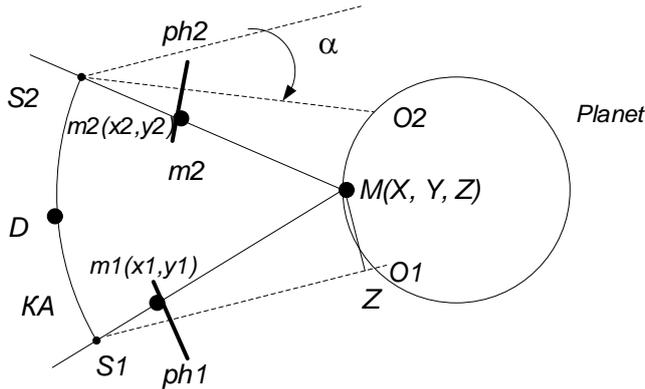
Полагаем для второго снимка  $x2 = x - x0$ ,  $y2 = y - y0$ . В выражениях (11), (12)  $Xs2$ ,  $Ys2$ ,  $Zs2$  – координаты второй точки фотографирования для второго снимка. Величины  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  – координаты точки на поверхности планеты те же самые, что и для первого снимка. Они

имеют изображение на втором снимке и координаты второго снимка как  $x_2, y_2$ . Камера одна и та же, поэтому координаты главной точки снимка не меняются. Выражения (11), (12) есть два дополнительных два уравнения относительно трех неизвестных  $X, Y, Z$ . Преобразуем их относительно неизвестных и получим.

$$Z [x_2 \cos \alpha - \sin \alpha f] + f X = f X s_2 + Z s_2 [x_2 \cos \alpha - f \sin \alpha] \quad (13)$$

$$Z y_2 + f Y = f Y s_2 + Z s_2 y_2 \quad (14)$$

Выражения (9), (10) совместно с выражениями (13), (14) дают возможность определения трех координат  $X, Y, Z$  – координат точки на поверхности планеты. На [Рисунке 4](#) приведена схема съемки планеты с борта КА.



**Рис. 4.** съемка поверхности планеты с борта космического корабля

На [Рисунке 4](#) введены следующие обозначения. Траектория движения КА показана сплошной дугой, соединяющей точки фотографирования  $S_1, S_2$ . Плоскость первого снимка обозначена как  $ph_1$ , плоскость второго снимка обозначена как  $ph_2$ . Точка на поверхности планеты (planet) показана как  $M(X, Y, Z)$ . Главные оптические оси ( $S_1-O_1, S_2-O_2$ ) показаны пунктиром. Точками выделены изображения точки поверхности  $M$  на снимках ( $m_1, m_2$ ). Главной задачей является определение угла  $\alpha$ . В отличие от ситуации на [Рисунке 3](#) на [Рисунке 4](#) этот угол не связан с центром планеты, а определяется только наклоном траектории КА. Для определения наклона траектории в процессе движения КА на промежуточном участке определяют координаты вспомогательной точки  $D$ . Три точки  $S_1, D, S_2$  траектории КА дают возможность определить кривую второго порядка и ее производную в точках  $S_1, S_2$ . Нормали в этих точках дают возможность определить угол  $\alpha$ . После определения этого угла все необходимые параметры в уравнениях (9), (10), (13), (14) – известны. Четыре линейных уравнения дают возможность линейно решить задачу нахождения трех неизвестных.

### 3. Заключение

Методика приемлема также для специальных наземных испытаний вращающихся тел, когда возможны взрывы вращающегося объекта и порча камеры. В этом случае снимки все же сохраняются и такие эксперименты не требуют дорогостоящего фотограмметрического оборудования. Применительно к космическим исследованиям данная методика относится к области космической геоинформатики ([Bondur, Tsvetkov, 2015](#)). Космическая фотограмметрия к настоящему времени не сформирована как наука. Несмотря на выпуск отдельных монографий по космической фотограмметрии, никакой специфике в этих работах нет. В этих работах применялась обычная фотограмметрия для обработки космическим снимком. Причем в ней использовались как специфика элементы математической картографии. Данная методика выявляет именно специфику космической съемки при помощи одной камеры, которая состоит в использовании только одного угла и зависимости этого угла от наклона траектории КА. В аспекте пространственных преобразований данная методика может быть отнесена в область космической

фотограмметрии. Данная методика может быть рассмотрена как метод получения нового пространственного знания (Savinych, 2016).

### Литература

Краснопецев, 2008 – Краснопецев Б.В. Фотограмметрия. Москва: МИИГАиК, 2008, 160 с.

Цветков, 1978 – Цветков В.Я. Определение кинематических характеристик движущихся тел при помощи одной фотокамеры / Реферативный сборник ОНТИ ЦНИИГАиК, 1978. 60: 10.

Цветков, 1979 – Цветков В.Я. Методика обработки снимков неправильной формы / В книге: Развитие и использование аэрокосмических методов изучения природных явлений и ресурсов. Новосибирск: СО АН СССР, ИГИГ, ВЦ СО АН СССР, 1979. С. 56-63.

Цветков, 2016 – Цветков В.Я. Определение пространственных координат с помощью одной камеры // *Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований*. 4-3: 646-646.

Bondur, Tsvetkov, 2015 – Bondur V.G., Tsvetkov V.Ya. New Scientific Direction of Space Geoinformatics // *European Journal of Technology and Design*. 2015. 4(10): 118-126.

Savinych, 2016 – Savinych V.P. On the Relation of the Concepts of Space Knowledge, Knowledge, Knowledge of the Spatial // *Russian Journal of Astrophysical Research. Series A*. 2016. 1(2): 23-32.

### References

Bondur, Tsvetkov, 2015 – Bondur, V.G., Tsvetkov, V.Ya. (2015). New Scientific Direction of Space Geoinformatics. *European Journal of Technology and Design*. 4(10): 118-126.

Krasnopecev, 2008 – Krasnopecev, B.V. (2008). Fotogrammetriya [Photogrammetry]. Moskva: MIIGAiK, 160 p. [in Russian]

Savinych, 2016 – Savinych, V.P. (2016). On the Relation of the Concepts of Space Knowledge, Knowledge, Knowledge of the Spatial. *Russian Journal of Astrophysical Research. Series A*. 1(2): 23-32.

Tsvetkov, 1978 – Tsvetkov, V.Ya. (1978). Opredelenie kinematischeskih harakteristik dvizhushchihsiya tel pri pomoshchi odnoj fotokamery [Determination of the kinematic characteristics of moving bodies using one camera]. *Referativnyj sbornik ONTI CNIIGAiK*. 60: 10. [in Russian]

Tsvetkov, 1979 – Tsvetkov, V.Ya. (1979). Metodika obrabotki snimkov nepravil'noj formy [Methods for processing images of irregular shapes] V knige Razvitie i ispol'zovanie aerokosmicheskikh metodov izucheniya prirodnyh yavlenij i resursov. Novosibirsk.: SO AN SSSR, IGIG, VC SO AN SSSR, pp. 56-63. [in Russian]

Tsvetkov, 2016 – Tsvetkov, V.Ya. (2016). Opredelenie prostranstvennyh koordinat s pomoshch'yu odnoj kamery [Determination of spatial coordinates using one camera]. *Mezhdunarodnyj zhurnal prikladnyh i fundamental'nyh issledovaniy*. 4-3: 646-646. [in Russian]

## Определение пространственных координат с помощью одной камеры

Господинов Славейко Господинов<sup>a,\*</sup>

<sup>a</sup> Университет архитектуры, строительства и геодезии, София, Болгария

**Аннотация.** Статья предлагает методику определения координат точек поверхности планеты с помощью одной камеры. Методика состоит из двух частей. Первая часть описывает процесс съемки вращающегося тела с неподвижной камеры. Принцип относительности движения позволяет смоделировать эту ситуацию, как ситуацию перемещения камеры при неподвижном объекте. Эта идея используется при съемке

\* Корреспондирующий автор

Адреса электронной почты: [sgospodinov@mail.bg](mailto:sgospodinov@mail.bg) (Г.С. Господинов)

поверхности планеты с космического носителя или космического аппарата. Для этого случая вращение планеты и движение космического аппарата можно свести к одному относительному движению космического аппарата. Для решения задачи используют формулы связи между координатами снимка и точек местности, которые применяют в аэрофотосъемке. Специфика космической съемки позволяет упростить фотограмметрические зависимости и получить новые формулы связи координат снимка и местности. Проблемой становится нахождение угла наклона камеры из второй точки. Эта проблема решается баллистическим методом. Предлагается примерно на середине участка траектории между точками съемки измерить координат вспомогательной точку с помощью инерциальных устройств. Три точки дают возможность определить кривую движения космического аппарата и определить производные в точках съемки. По разнице углов производных в точках фотосъемки или разнице углов нормалей в этих точках определяется угол наклона камеры во второй точке съемки. В этом случае координаты точки на поверхности планеты могут быть найдены в условной системе координат, связанной с орбитой космического аппарата.

**Ключевые слова:** космические исследования, космическая геоинформатика, фотограмметрия, съемка поверхности планеты, траектория космического носителя, прямая засечка, вращающееся тело, специальные условия съемки.